***Розв'язання завдань І туру***

***ІV Інтернет -олімпіади 2013-2014 н.р.***

***9 клас***

***Задача*** ***1***. Знайдіть значення виразу:

*Розв’язання.*

Відповідь. 1

***Задача*** ***2.*** Для яких значень ***b*** рівняння ***х2-bх+80=0*** має два різні парні цілі корені.

*Розв’язання.*

За теоремою Вієта х1 •х2=80. За умовою х1 ≠х2 та є цілі парні , то можливі такі пари: тому, за теоремою Вієта, b=.

Відповідь. .

***Задача 3.*** У 9-А класі навчається 27 учнів. Дві третини всіх хлопців і три п’ятих всіх дівчат класу відвідує шаховий гурток. Яка кільки учнів класу не відвідують даний гурток?

*Розв’язання.* Оскільки гурток відвідують юнаків та дівчат , то кількість юнаків кратна 3, а дівчаток ­­­­­­­­­­­­­­­– 5. Нехай у 9-А класі юнаків було 3х, а дівчаток – 5у. Отже маємо рівняння: 3х+5у=27;

3х-12+5у-15=0;

3(х-4)=5(3-у);

; Отже (х-4) кратне 5, а (3-у) кратне 3.

Тому х=5к+4, у=3-3к, де Як бачимо розв’язком, в натуральних числах є лише пара (4;3). Отже у 9-А класі навчається 12 юнаків та 15 дівчаток, з них відвідують гурток 8+9=17 учнів, а 10 учнів не відвідують .

Відповідь. 10 учнів.

***Задача 4.*** Знайдіть всі цілі розв’язки рівняння: *х2+у2=2у-4х.*

*Розв’язання.* х2+у2=2у-4х;

х2+4х+4+у2-2у+1=5;

(х+2)2+(у-1)2=5. Оскільки теж цілі.

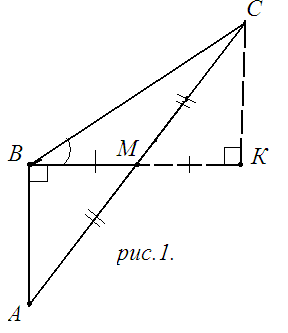
Отже отримаємо:(0;0),(0;2),(-4;0),(-4;2),(-1;-1),

(-1;-3),(3;-1),(3;3).

Відповідь. (0;0),(0;2),(-4;0),(-4;2),(-1;-1),(-1;-3),(3;-1),(3;3).

***Задача 5.*** ΔАВС: ∠В=1200, АВ=4см. ВМ – медіана трикутника АВС. ВМ⊥АВ. Обчисліть площу трикутника АВС.

Розв’язання. На промені ВМ побудуємо ВК=2ВМ (рисунок1). ВМ=КМ, АМ=СМ, ∠ВМА=∠КМС ( вертикальні) , тому ΔАВМ=ΔСКМ ⇒ СК=АВ,∠СКВ=900. Розглянемо трикутник СКВ: ∠В=300, СК=4(см), тому ВС=СК•=8(см). Отже



Відповідь.

***Задача 6.*** Розв’яжіть рівняння: *(х2-32)(х-7)2+49х2=0.*

Розв’язання. (х2-32)(х-7)2+49х2=0;

х2(х-7)2-32(х-7)2+49х2=0; оскільки х=7 не є коренем рівняння ,то поділимо рівняння на (х-7), отримаємо:

Заміна тоді отримаємо рівняння : у2-14у-32=0, у1=16, у2=-2. Отже .

Відповідь :

***Задача 7.*** Доведіть, що при х≥0 виконується нерівність: *4х3-9х2+9≥0.*

Розв’язання.

4х3-9х2+9≥0; 4х3+9≥9х2; 3х3+х3+9≥9х2; оскільки х≥0, то використаємо нерівність Коші. 3х3+х3+9≥3, тому 4х3+9≥3

отже 4х3+9≥9х2, тому : 4х3-9х2+9≥0.

***Задача 8.*** Чи може число 210221100… , бути повним квадратом натурального числа?

*Розв’язання*. Визначимо скільки нулів, одиниць та двійок міститься в даному числі. Кожна цифра зустрічається :1+2+3 +4+…+16=136 разів. Сума усіх цифр даного числа становить: 0+136•1+136•2=408. Оскільки 408 кратне 3 та не кратне 9, тому число 210221100… ділиться на 3 та не ділиться на 9.Тому дане число не є квадратом натурального числа.

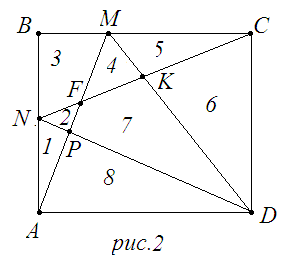
***Задача 10.*** Дано: *ABCD* – квадрат. *М є ВС, N є AB. AM*∩*ND=P, AM*∩*CN=F, MD∩CN=K* (дивись рисунок).

*SΔAPN*= 2cм2 , *SΔMKC*= 12cм2 , *SBMFN* = 4cм2 . Обчисліть *SDKFP* .

*Розв’язання.*  Для зручності позначимо утворені фігури 1,2,3,4,5,6,7,8. (дивись рис.2.)

Оскільки SAMD=0,5SABCD=SDNC , тому S1+S2+S3+S5+S6=S8+S7+S4, S8+S1+S3+S4+S5=S2+S7+S6. Додамо обидві рівності : S8+S7+S4+ S2+S7+S6= 2S1+S2+2S3+2S5+S6+ S4+ S8, тому:

2S7 = 2S1 +2S3+2S5, S7 = S1 +S3+S5, отже *SDKFP=*2+4+12=18(см2).



Відповідь. 18см2.