**Відповіді та вказівки**

**до завдань ІІ етапу обласної Інтернет-олімпіади**

1. **клас.**
2. **Довести, що:**

**а) при будь-якому цілому а різниця** **ділитьс на 5;**

**б) при будь-яких цілих**  **і**  **сума**  **ділиться на 5.**

Розв’язання:

1)  



Добуток п’яти послідовних натуральних чисел ділиться на 5.

Другий доданок містить множник 5, отже ділиться на 5.

Б) перепишемо даний вираз у вигляді: 

Використаємо факт доведений в попередньому пункті:   

Оскільки, кожний доданок ділиться на 5, то й сума ділиться на 5.

1. **Многочлен : *ах2+вх+с*, дозволено замінювати на многочлен: *(а+в+с)х2+(2а+в)х+а*, або *с(х-1)2+в(х-1) +а*.**

**Чи можна із многочлена: *2х2-5х+3*, використовуючи дані заміни декілька разів послідовно , отримати многочлен *: 19х2+15х+2?* Відповідь поясніть.**

Розв’язання: Для многочлена:  .

Для многочлена :  ;

Для многочлена: 

 .

Отже, використання даних замін не змінює значення дискримінанта. Таким чином, дискримінант є інваріантом.

При цьому для многочлена *2х2-5х+3* , а для многочленна *19х2+15х+2*, .

Отже, не можна із многочлена *2х2-5х+3*, використовуючи дані заміни

декілька разів послідовно, отримати многочлен *19х2+15х+2.*

1. **На стороні , прямокутника , взято точку *Е*, а на стороні *СD* - точку *К*  так, що . Точка *М* - середина *АК*. Знайдіть площу трикутника *АКD*, якщо *АВ=6см,* *ВС=4см.***

Розв’язання: АКЕ - правильний трикутник (рис. 1), ЕМ - його висота,

 тому ﮮ ЕМА=900. Чотирикутник АВЕМ вписаний в коло,

 оскільки ﮮ АВЕ+ﮮ АМЕ = 1800. Отже ﮮ МАЕ=ﮮ ЕВМ=600.

Аналогічно ﮮ МКЕ=ﮮ ЕСМ=600, тому ВМС - правильний трикутник і його висота МР=$\frac{\sqrt{3}}{2}ВС=2\sqrt{3}см.$ Отже ТМ=АВ- МР=$6-2\sqrt{3}$ см. У трикутнику АКД , КД=2ТМ , тому $S\_{ADK}=\frac{1}{2}AD×DK=AD×TM=(24-8\sqrt{3})см^{2}$

 Відповідь : $(24-8\sqrt{3})см^{2}$

1. **Знайдіть натуральні розв’язки системи рівнянь  при яких виконуються умови:  - має найменшу кількість дільників.**

Розв’язання: Оскільки  є натуральними числами і , то з рівності , робимо висновок, що  та - кратні 3 та 2.

Оскільки , а  кратне 3, то - кратне 3 і 2.

Отже *х,у,z* кратні і двом і трьом. Очевидно , що добуток *хуz* матиме найменшу кількість дільників якщо , , , де 

 задовольняють систему:   

Оскільки - мінімальні натуральні числа , що задовольняють систему, то: . Тому =864, =72, =12.

Відповідь : (864;72;12)