**Відповіді та вказівки**

**до завдань ІІ етапу обласної Інтернет-олімпіади**

**11 клас**

1. Нехай ,  і - цілі числа. Доведіть, що квадратний тричлен  , при будь-якому цілому  приймає ціле значення.

Розв´язання. 

.

При , вираз  містить добуток, де один із множників - парне число, отже, .

Тобто, сума  цих чисел належить множині Z.

1. Дослідіть кількість розв’язків системи рівнянь

 в залежності від значень параметра .

Розглянемо графіки кожної з рівностей системи:

Очевидно, мінімальним значенням для першої функції буде . Друга функція являє собою параболу, вітки якої напрямлені донизу. Вершина параболи , .

у

х

0

4

4

1. Якщо , тобто при  або  система має один розв’язок.
2. Якщо , тобто при  система розв’язків не має.
3. Якщо , тобто при  система має два розв’язки.
4. На збори приїхала 201 особа з п’яти країн. Серед кожних шести з них є двоє однакового віку. Довести, що з деякої країни на збори приїхало не менше 5 осіб однієї статі та одного віку.

Оскільки серед кожних шести учасників є двоє одного віку, то всі учасники належать не більш ніж до 5-ти вікових категорій. Тому за принципом Діріхле знайдеться хоча б 41 учасник однакового віку. За тим самим принципом Діріхле серед 41 учасника знайдеться хоча б 9 з однієї країни, а серед 9 осіб є принаймні 5 осіб однієї статі.

1. Знайти всі такі функції : , що для будь-яких дійсних 

Виконується рівність .

Розв´язання.

. Нехай , . Тому .

Підстановкою такої функції у початкове рівняння встановлюємо, що вона є його розв´язком лише при .

Отже, остаточно .